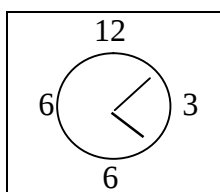


## Заочный этап всесибирской олимпиады 2010 – 2011

Ответы, решения и критерии оценок

9 класс

Указание для интернет-тура. Все ответы представляются в виде чисел в заданных в условии задачи единицах (только число!). Если единицы не оговорены, то выразите ответ в системе СИ без указания размерности (только число!). Если в задаче несколько вопросов, ответы располагайте в порядке перечисления вопросов в тексте, разделяя ответы точкой с запятой (;).



1. Длина минутной стрелки часов (от оси вращения до конца) в полтора раза больше чем у часовой. Во сколько раз скорость конца минутной стрелки больше скорости конца часовой?

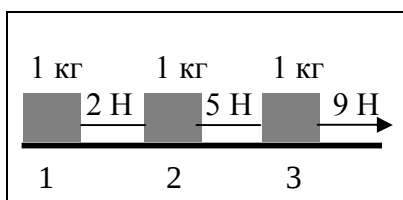
<18>

### Решение

За час часовая стрелка поворачивается на  $1/12$  полного оборота, а минутная делает полный оборот. Поэтому длины путей за это время  $1/12$  своей окружности для конца часовой стрелки и вся окружность полукруга для конца минутной. Поскольку отношение длин окружностей равно отношению радиусов, путь за час для минутной стрелки больше в  $18 = 12 \times 1,5$  раз. Отношение же путей, пройденных за равное время, равно отношению скоростей, то есть  $v_{\text{мин}}/v_{\text{час}} = 18$ . Можно воспользоваться формулой для длины окружности и получить ответ из выражения скоростей  $v_{\text{час}} = 2\pi R_{\text{час}}/12t$ ;  $v_{\text{мин}} = 2\pi R_{\text{мин}}/12t$ , где  $t$  это час. Или рассмотреть угловые скорости и получить из них отношение скоростей.

### Разбалловка

- |                                                                         |   |
|-------------------------------------------------------------------------|---|
| 1. Сравнение углов поворота стрелок за одинаковое время                 | 3 |
| 2. Пропорциональность длин окружностей (дуг с одинаковым углом) радиусу | 2 |
| 3. Нахождение отношения скоростей и получение ответа                    | 5 |



2. Три бруска равных масс  $m = 1$  кг связаны нитями. Их тянут с постоянной скоростью по горизонтальному полу. При этом натяжения нитей  $T_1 = 2$  Н,  $T_2 = 5$  Н,  $T_3 = 9$  Н. Найдите силы трения, действующие на каждый из брусков. (Ответы привести в порядке нумерации брусков на рисунке.)

<2; 3; 4>

### Решение

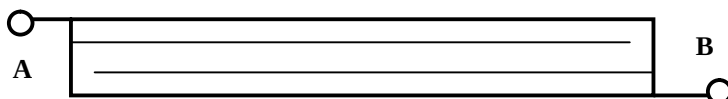
При движении с постоянной скоростью сумма сил, приложенных к каждому бруску равна нулю. Из рассмотрения горизонтальных сил отсюда находим искомые силы трения  $F_1 = T_1 = 2$  Н;  $F_2 = T_2 - T_1 = 3$  Н;  $F_3 = T_3 - T_2 = 4$  Н.

### Разбалловка

- |                                             |   |
|---------------------------------------------|---|
| 1. Указание на то, что сумма сил равна нулю | 4 |
| 2. Нахождение сил трения                    | 6 |

3. К диагональным концам длинной ленты из фольги подключили выводы А и В. Во сколько раз изменится сопротивление между ними, если ленту разрезать вдоль на три полосы равной ширины? (См. рис., разрезы не доходят до концов примерно на ширину полосы.)

<9>



### Решение

Поскольку лента фольги длинная, то особенности у концов ленты не существенны, и сопротивление разрезанной ленты можно рассматривать как сопротивление трёх последовательно соединённых полосок (ток не разветвляется, а напряжения складываются). В исходном же состоянии целую ленту можно рассматривать как параллельное соединение этих полосок (токи полосок складываются, а напряжение между их концами одинаково). Если сопротивление одной полоски обозначить  $r_0$ , то у трёх последовательно соединённых полосок сопротивление  $R = 3r_0$ , а у трёх параллельно соединённых  $r = r_0/3$  ( $1/r = 3 \times 1/r_0$ ). Тогда  $R = 9r$  и  $R/r = 9$ . В том же приближении можно разрезанную ленту заменить лентой тройной длины с сечением  $1/3$  исходной ленты и из выражений для сопротивления через удельное сопротивление  $r = \rho L/S$  и  $R = \rho L'/S'$  где  $L' = 3L$ ;  $S' = S/3$  прийти к тому же ответу.

### Разбалловка

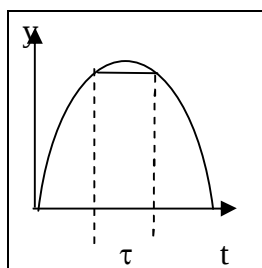
- |                                                                                                                          |   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 1. Указание на несущественность особенностей у концов ленты                                                              | 2 |
| 2. Модель последовательного и параллельного соединения или использование формулы для сопротивления через длину и сечение | 4 |
| 3. Правильные расчёты и получение ответа                                                                                 | 4 |

4. Для создания невесомости используют полёт самолёта по специальной траектории. Найдите наименьший перепад высоты полёта в километрах, при котором состояние невесомости длится 40 с. Принять ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

<2>

### Решение

Условия невесомости возникают при движении по горизонтали с постоянной скоростью и при вертикальном ускорении, равном ускорению свободного падения  $g$ . При равноускоренном движении по вертикали зависимость высоты полёта от времени:

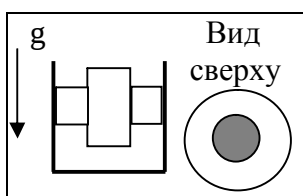


$y = v_0 t - gt^2/2$ , где  $v_0$  начальная скорость по вертикали.

График этой зависимости (парабола) приведён на рисунке. Так как парабола наиболее полого идёт около своей вершины, то наименьший перепад высот за заданное время  $\tau = 40 \text{ с}$  будет при полёте в течении времени  $\tau/2$  до верхней точки траектории и  $\tau/2$  после. Тогда  $h = g(\tau/2)^2/2 = 2 \text{ км}$ .

### Разбалловка

- |                                                                         |   |
|-------------------------------------------------------------------------|---|
| 1. Условие возникновения невесомости                                    | 2 |
| 2. Вывод о наименьшем перепаде высот при «симметричном» пролёте вершины | 4 |
| 3. Нахождение наименьшего перепада высот                                | 4 |



<2>

5. Вертикальный цилиндр герметически закрыт круговой шайбой, в отверстие которой вставлена цилиндрическая пробка из того же материала. Выше этого составного поршня воздух, ниже жидкость. Во сколько раз плотность жидкости больше плотности материала поршня, если трения нет, а пробка одинаково выступает из шайбы снизу и сверху?

### Решение

Рассмотрим равновесие шайбы по вертикали. Сверху вниз действуют сила атмосферного давления  $P_0 S$  и сила тяжести  $mg = \rho g h S$ . Здесь  $P_0$  атмосферное давление,  $S$  площадь шайбы,  $m$  её масса,  $\rho$  плотность, а  $H$  высота. Если давление жидкости на шайбу  $P_1$ ,

то сила давления  $P_1S$  направлена вверх и уравнивает сумму сил, направленных вниз. То есть  $P_1S = P_0S + \rho gHS$ . После сокращения на  $S$  имеем  $P_1 = P_0 + \rho gH$ .

Рассматривая равновесие пробки точно так же выразим давление жидкости на нижний торец пробки:  $P_2 = P_0 + \rho g(H + 2h)$ , где  $h$  расстояние, на которое пробка выступает из шайбы сверху и снизу –  $(H + 2h)$  это высота пробки.

Известно, что давление в жидкости при погружении на глубину  $h$  увеличивается на  $\rho_0gh$ , где  $\rho_0$  плотность жидкости. Поэтому  $P_2 - P_1 = \rho_0gh$ , а из полученных ранее выражений  $P_2 - P_1 = 2\rho gh$ . Отсюда окончательный ответ  $\rho_0/\rho = 2$ .

#### Разбалловка

- |                                             |   |
|---------------------------------------------|---|
| 1. Рассмотрение равновесия шайбы            | 3 |
| 2. Рассмотрение равновесия пробки           | 3 |
| 3. Изменение давления с глубиной погружения | 2 |
| 4. Нахождение отношения плотностей          | 2 |

6. В закрытом сосуде с нагревательным элементом температура воды повышается от  $80^\circ\text{C}$  до  $81^\circ\text{C}$  за 6 секунд. При двойной массе воды и удвоенной мощности нагревательного элемента температура повышается от  $80^\circ\text{C}$  до  $81^\circ\text{C}$  за 5 секунд. За какое время (в секундах) температура понизится от  $81^\circ\text{C}$  до  $80^\circ\text{C}$  при двойном количестве воды, если нагревательный элемент отключить? Теплоёмкостью самого сосуда пренебречь.

<30>

#### Решение

Предполагаем, что в указанном интервале температур ежесекундный отток тепла  $q$  одинаков – во всех случаях «охлаждение» происходит с поверхности сосуда. Тогда тепловой баланс даёт следующие соотношения:  $C\Delta T = (N - q)t_1$ ;  $2C\Delta T = (2N - q)t_2$ ;  $2C\Delta T = qt_3$ . Здесь  $C$  теплоёмкость одинарной порции воды, а у двойной она тогда  $2C$ ,  $t_1 = 6$  с,  $t_2 = 5$  с,  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ . Из этих соотношений можно исключить  $C\Delta T$ ,  $N$  и  $q$  и найти  $t_3 = 30$  секунд.

#### Разбалловка

- |                                                                    |   |
|--------------------------------------------------------------------|---|
| 1. Указание на наличие оттока тепла и одинаковость скорости оттока | 3 |
| 2. Уравнения теплового баланса в трёх случаях                      | 3 |
| 3. Нахождение времени охлаждения и получение числа                 | 4 |

**Указание.** Все ответы представляются в виде чисел в заданных в условии задачи единицах (только число!). Если единицы не оговорены, то выразите ответ в системе СИ без указания размерности (только число!). Если в задаче несколько вопросов, ответы располагайте в порядке перечисления вопросов в тексте, разделяя ответы точкой с запятой (;).

1. Частички сажи почти полностью поглощают попавший на них свет. При некоторой их концентрации в воздухе на расстоянии 100 м поглощается 30% падающего света. Сколько процентов света поглотится на таком же расстоянии в воздухе при удвоенной концентрации частичек сажи?

&lt;51&gt;

**Решение**

Через половинный слой, в котором прежнее число частичек, пройдёт  $0,7 = 1 - 0,3$  падающего света. Через второй половинный слой  $0,7$  от  $0,7$ , то есть  $0,49$ . А тогда поглощена будет доля  $1 - 0,49 = 0,51$ , то есть 51%.

**Разбалловка**

- |                                                                                                                 |   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 1. Указание, что половинный слой воздуха при двойной концентрации поглощает свет, так же как весь исходный слой | 3 |
| 2. Вывод, что одинаковые слои пропускают одну и ту же долю света                                                | 3 |
| 3. Рассчёт поглощённой доли                                                                                     | 4 |

2. Максимальное расстояние, на которое солдат бросает гранату, равно 40 м. Через какое время она вернётся назад, если гранату с той же скоростью бросить вертикально вверх. Принять ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

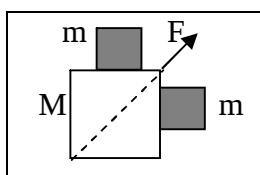
&lt;4&gt;

**Решение**

Наибольшая дальность полёта при броске под углом  $45^\circ$ . Тогда  $L = 2v_x v_y / g = v^2 / g$  и начальная скорость  $v = \sqrt{gL}$ . Время же вертикального полёта  $t = 2v/g = 4 \text{ с}$ .

**Разбалловка**

- |                                                  |   |
|--------------------------------------------------|---|
| 1. Указание угла броска для наибольшей дальности | 2 |
| 2. Нахождение начальной скорости по дальности    | 5 |
| 3. Нахождение времени вертикального полёта       | 3 |



&lt;2&gt;

3. На горизонтальной поверхности находятся соприкасающиеся кубики, большой, массы  $M = 4 \text{ кг}$  и два с массами  $m = 0,5 \text{ кг}$ , симметрично расположенные. Большой стали тянуть с горизонтальной силой  $F = 9 \text{ Н}$ , направленной, как показано на рис. (вид сверху). Найдите ускорение большого кубика. Трения нет.

**Решение**

Из симметрии системы ускорение малых кубиков  $a$  одинаковы и направлены перпендикулярно граням (трения нет!). Тогда из условия соприкосновения ускорение большого кубика  $A = \sqrt{2} a$ , причём  $a$  это проекция  $A$  на направления по перпендикулярам к граням. Применим 2-й закон Ньютона к движению кубиков вдоль одной из осей:

$$ma = N; Ma = F/\sqrt{2} - N. \text{ Откуда } A = F/(M + m) = 2 \text{ м/с}^2.$$

**Разбалловка**

- |                                                              |   |
|--------------------------------------------------------------|---|
| 1. Учёт симметрии, вывод направления ускорения малых кубиков | 2 |
| 2. Связь ускорений из условия соприкосновения                | 2 |
| 3. Применение 2-го закона Ньютона в проекции                 | 4 |
| 4. Нахождение искомого ускорения                             | 2 |

4. Тарелка глубиной  $h = 5$  см стоит на столе, на дне её горошина. Тарелке толчком сообщают некоторую скорость. При каком её наименьшем значении горошина может выскочить наружу? Считать скорость тарелки после толчка неизменной, а ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ дать в м/с.  
<1>

#### Решение

В системе отсчёта «Тарелка» начальная скорость горошины это искомая скорость  $v$ . Наименьшее её значение отвечает случаю, когда горошина достигла края тарелки с нулевой скоростью. Из сохранения энергии  $mv^2/2 = mgh$ , то есть  $v^2 = 2gh$ , а  $v = \sqrt{2gh} = 1 \text{ м/с}$ .

#### Разбалловка

- |                                                                       |   |
|-----------------------------------------------------------------------|---|
| 1. Переход в систему отсчёта «Тарелка»                                | 3 |
| 2. Условие для наименьшего значения скорости                          | 2 |
| 3. Применение закона сохранения энергии и нахождение искомой скорости | 5 |

5. После упругого столкновения тележек, движущихся навстречу друг другу с равными скоростями, одна из них остановилась. Во сколько раз её масса больше массы другой тележки?

<3 >

#### Решение

Применим законы сохранения импульса и энергии к столкновению тележек:

$$(M - m)v = mu; (M + m)v^2/2 = mu^2/2.$$

Здесь  $M, m$  массы тележек, а  $v$  и  $u$  скорости до и после столкновения.

Исключая скорости, получим соотношение для масс  $(M - m)^2 = (M + m)m$ . Откуда находим  $M = 3m$ , а искомое отношение  $M/m = 3$ .

#### Разбалловка

- |                                                     |   |
|-----------------------------------------------------|---|
| 1. Применение законов сохранения импульса и энергии | 6 |
| 2. Исключение скоростей                             | 3 |
| 3. Нахождение отношения масс                        | 1 |

6. В герметически закрытом стеклянном пузырьке над жидкостью имеется воздух при атмосферном давлении  $P_A = 10^5$  Па. Из пузырька через тонкую иглу начинают медленно набирать в шприц жидкость. Начальная минимальная сила, при которой поршень шприца начинает сдвигаться,  $F_0 = 3$  Н. По мере смещения поршня требующаяся для его движения сила нарастает. Если теперь, набрав жидкость, поршень отпустить, то он начнет двигаться в обратную сторону, пока в шприце не останется объем жидкости  $V = 2$  мл. Каков исходный объем  $V_0$  воздуха в миллилитрах был в пузырьке? Сечение поршня  $S = 1,5 \text{ см}^2$ . Влиянием тяжести пренебречь, температуру считать неизменной.

<8>

#### Решение

$F_0$  равно силе трения! Поршень остановится при обратном движении, когда  $(P_A - P)S = F_0$ , где  $P$  конечное давление воздуха в пузырьке. Из уравнения состояния при неизменности температуры имеем:  $P_A V_0 = P(V + V_0)$ . Откуда  $V_0 = V(P_A S - F_0)/F_0 = 8 \text{ мл}$ .

#### Разбалловка

- |                                                                          |   |
|--------------------------------------------------------------------------|---|
| 1. Указание, что $F_0$ равно силе трения между поршнем и корпусом шприца | 2 |
| 2. Условие равновесия сил после остановки                                | 3 |
| 3. Применение уравнения состояния газа при неизменности температур       | 3 |
| 4. Нахождение искомого объема                                            | 2 |

**Указание.** Все ответы представляются в виде чисел в заданных в условии задачи единицах (только число!). Если единицы не оговорены, то выразите ответ в системе СИ без указания размерности (только число!). Если в задаче несколько вопросов, ответы располагайте в порядке перечисления вопросов в тексте, разделяя ответы точкой с запятой (;).

1. Большой герметически закрытый бак наполнен водой до высоты  $h = 16$  м. Открыв кран в дне бака, в кружку набирают поллитра воды. Сколько выделится при этом тепла  $Q$  (в джоулях), если атмосферное давление  $P_A = 10^5$  Па? Принять ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Давлением над водой в баке пренебречь.

&lt;30&gt;

**Решение**

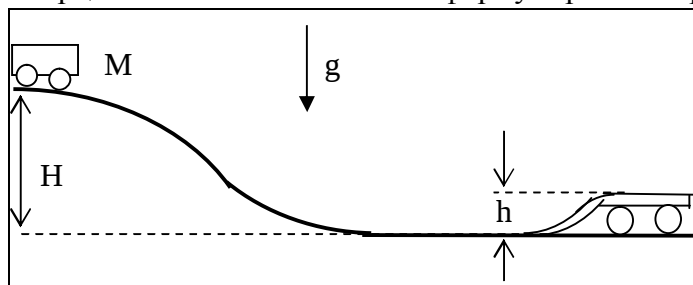
Уменьшение потенциальной энергии воды идёт на выделение тепла и работу против силы атмосферного давления.

Тогда из энергетического баланса имеем  $Q = (\rho gh - P_A)V = 30$  Дж.

**Разбалловка**

- |                                                           |   |
|-----------------------------------------------------------|---|
| 1. Идея энергетического баланса                           | 2 |
| 2. Выражения для изменения потенциальной энергии          | 3 |
| 3. Выражение для работы против силы атмосферного давления | 3 |
| 4. Нахождение тепла                                       | 2 |

2. Перед горкой покоится платформа высоты  $h = 1,2$  м и массы  $m = 100$  кг с опущенным бортом для плавного въезда на нее (см. рис.). Определите минимальную высоту  $H$  горки, при которой тележка массы  $M = 400$  кг, осторожно отпущенная с вершины горки, по инерции может въехать на платформу. Трением пренебречь.



&lt;6&gt;

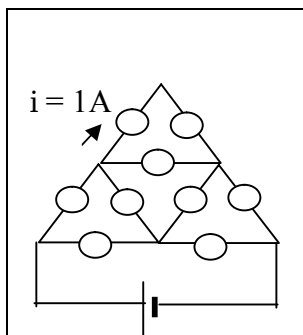
**Решение**

Критическая высота находится из условия равенства конечных скоростей платформы и тележки.

Из сохранения импульса и энергии имеем  $Mv = (M + m)u$ ;  $Mv^2/2 = (M + m)u^2/2 + Mgh$ ; откуда  $v^2 = 2gH$ ;  $H = (1 + M/m)h = 6$  м.

**Разбалловка**

- |                                             |   |
|---------------------------------------------|---|
| 1. Указание на равенство конечных скоростей | 2 |
| 2. Сохранение импульса                      | 2 |
| 3. Сохранение энергии                       | 3 |
| 4. Нахождение искомой высоты                | 2 |



3. Девять амперметров с одинаковыми внутренними сопротивлениями подсоединены к источнику напряжения по указанной на рисунке схеме (амперметры обозначены кружками). Ток через левый верхний амперметр  $i = 1$  А. Найдите ток  $I$  через источник напряжения.

<9>

#### Решение

Поскольку самый верхний правый амперметр последовательно соединён с амперметром с током  $i$ , то и в нём ток  $i$ . Напряжение на амперметре в горизонтальной перемычке равно сумме напряжений на самых верхних амперметрах (параллельное соединение). Тогда при напряжении  $2ig$  ток в нём  $I_1 = 2i$  (ведь сопротивления всех амперметров  $g$  одинаково). Из симметрии схемы токи в амперметрах в наклонных участках, соединённых с серединой основания, равны. Тогда, так как сумма напряжений на них равна напряжению  $2ig$  на горизонтальной перемычке, токи в них снова равны  $i$ . Ток в нижнем левом амперметре наклонной стороны равен сумме трёх выходящих токов  $I_2 = i + I_1 + i = 4i$ . Наконец, ток в левом амперметре основания находится по суммарному напряжению соединённых с ним амперметров  $I_3 = 5i$ . Ток через источник  $I = I_2 + I_3 = 9i = 9$  А. Возможно решение с эквивалентной схемой, когда середину основание отделяют, а амперметры над ним оставляют соединёнными.

#### Разбалловка

- |                                                                |   |
|----------------------------------------------------------------|---|
| 1. Идея, что при отсутствии разветвления ток один и тот же     | 1 |
| 2. Идея, что напряжение не зависит от пути                     | 2 |
| 3. Идея, что сумма входящих в узел токов равна сумме выходящих | 1 |
| 4. Последовательный расчёт токов в амперметрах                 | 4 |
| 5. Нахождение тока через источник                              | 2 |

Примечание: при правильном решении с эквивалентной схемой, но без обоснования законности преобразования, максимальный суммарный балл 7 (3 полное балла за обоснование).

4. В баке с небольшим открытым отверстием при температуре  $T_0 = 280$  К находится масса воздуха  $m_0 = 1,5$  кг. Найдите массу воздуха  $m$  (в граммах), которая выйдет из бака при нагреве бака вместе с воздухом до температуры  $T = 300$  К. Считайте, что атмосферное давление не изменилось.

<100>

#### Решение

Из уравнения состояния идеального газа имеем  $PV = ((m_0 - m)/\mu)RT = (m_0/\mu)RT_0$ , откуда  $(m_0 - m)T = m_0T_0$  и  $m = m_0(T - T_0)/T = 100$  г.

#### Разбалловка

- |                                              |   |
|----------------------------------------------|---|
| 1. Использование уравнения состояния         | 6 |
| 2. Вывод отсюда соотношения масс             | 4 |
| 3. Нахождение искомой массы (формула, чмсло) | 2 |

5. Два маленьких заряженных медных шарика одинакового радиуса соединили слабой проводящей нитью. Сначала сила натяжения нити была  $T_0 = 0,009$  Н, затем она увеличивалась, пока не установилось значение  $T_k = 0,025$  Н. Во сколько раз начальный заряд одного шарика больше чем у другого?

<9>

#### Решение

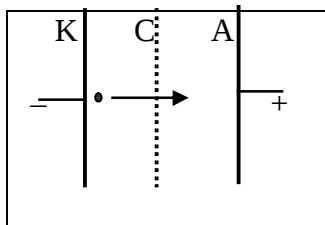
Сила натяжения нити равна силе кулоновского отталкивания. Если заряды шариков  $Q$  и  $q$ , то  $T_0 = kqQ/R^2$ , где  $R$  расстояние между ними.

В конечном состоянии потенциалы шариков выравниваются и у них будут одинаковые заряды. В пренебрежении зарядом нити и из сохранения суммарного заряда конечный заряд каждого шарика  $(Q + q)/2$ .

Тогда  $T = k(Q + q)^2/4R^2$  и  $(Q + q)^2/4Qq = T_k/T_0 = 25/9$ . Откуда  $Q/q = 9$

#### Разбалловка

1. Указание на равенство натяжения нити силе кулоновского отталкивания 2
2. Вывод о равенстве зарядов в конце и выражение для конечного заряда 2
3. Использование закона Кулона (выражения для сил) 4
4. Получение уравнения для зарядов и нахождение их отношения 2



6. В вакуумном триоде проводящая сетка С расположена посередине между плоскими анодом А и катодом К. Зазор между электродами мал в сравнении с их поперечными размерами, а электроны покидают катод с пренебрежимо малой скоростью. При незаряженной сетке электрон пролетает от катода до анода за время  $t = 8$  нс. Каким будет это время (в наносекундах), если сетку соединить проводом с анодом? Напряжение между анодом и катодом остаётся прежним.

<6>

#### Решение

Малость зазоров означает, что электрическое поле можно считать однородным, а движение электрона равноускоренным с некоторым ускорением  $a$ . Влиянием незаряженной сетки (проявляется на коротком участке при пролёте) пренебрегаем. При подключении сетки к аноду их потенциалы равны и поле между ними нулевое, то есть электроны летят между ними с постоянной скоростью, приобретённой ими от катода до сетки. Поле же в зазоре от катода до сетки становится вдвое больше (то же напряжение на вдвое меньшем расстоянии). Соответственно ускорение здесь  $A = 2a$ . Итак, в первом случае электрон движется с ускорением  $a$  на всём пути  $2L$  ( $L$  – расстояние от катода до сетки и от сетки до анода). Тогда  $at_1^2/2 = 2L$ . Во втором случае время пролёта складывается из  $t_1$ , времени пролёта половины пути с ускорением  $A$ , и времени пролёта второй половины пути  $t_2 = L/v$ , где  $v = At_1$  скорость набранная на первой половине. Поскольку  $At_1^2/2 = L$ , а  $A = 2a$ , то  $t_1 = t/2$ . После чего находим  $t_2 = t/4$ , а общее время  $t_1 + t_2 = 3t/4 = 6$  нс.

#### Разбалловка

1. Установление картины поля между электродами и сеткой 2
2. Установление картины движения и связь ускорений 2
3. Связь перемещений и времени пролёта во всех случаях 4
4. Нахождение искомого времени 2

Примечание: возможно решение через скорости (конечная скорость при том же напряжении одинакова, а времена пролёта находятся через средние скорости).